27/01/2006

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso.
N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

Esercizio 1. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Calcolare le radici quarte di -1.
Risposta:

Esercizio 2. (punteggio $\frac{3}{30}$)
$(1+i)^{16} = 64$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 3. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Sia z un numero complesso. Allora

$$Re(z^2) + (Im(z))^2 = (Re(z))^2.$$

V **F**
Giustificazione:

Esercizio 10. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono da almeno 2 parametri. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 11. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Costruire un esempio di un sistema lineare di due equazioni in due incognite che ammetta infinite soluzioni.
Risposta:

Esercizio 12. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Discutere il seguente sistema al variare del parametro reale λ.

$$\begin{cases} \lambda x + y + \lambda z = 1 \\ -x + \lambda y - z = 0 \\ \lambda x + y + (\lambda+1) z = 0 \end{cases}$$

Risposta:

Esercizio 4. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Calcolare $\mathbf{v_1} \wedge \mathbf{v_2} \cdot \mathbf{v_3}$, dove $\mathbf{v_1} = (1, 2, 1)$, $\mathbf{v_2} = (1, 1, -3)$ e $\mathbf{v_3} = (1, 0, 0)$ e descrivere il significato geometrico di $|\mathbf{v_1} \wedge \mathbf{v_2} \cdot \mathbf{v_3}|$.
Risposta:

Esercizio 5. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Siano $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ due vettori ortogonali di $\mathbb{R}^n$. Allora $\|\mathbf{u}+\mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2$. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 6. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Siano $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ due vettori lineramente indipendenti di $\mathbb{R}^3$. Allora il vettore $(\lambda\mathbf{v}+\mathbf{w}) \wedge (\lambda\mathbf{w}-\mathbf{v})$ è diverso da zero per ogni numero reale λ.
V **F**
Giustificazione:

Esercizio 7. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ è invertibile e in caso affermativo calcolare A^{-1}.
Risposta:

Esercizio 8. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Tre vettori di $\mathbb{R}^5$ sono sempre linearmente dipendenti. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 9. (punteggio $\frac{3}{30}$)
Trovare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori:

$$\mathbf{v_1} = (1, 2, -1, 1), \mathbf{v_2} = (0, 2, 1, 3), \mathbf{v_3} = (2, 2, -1, -1).$$

Risposta: