

Esercizi sui numeri complessi
Corso di Laurea in Informatica A.A. 2005-2006
Docente: Andrea Loi

0. Trovare parte reale e immaginaria dei numeri complessi:

$$3 + i - \frac{5}{2 - 4i}$$

e

$$\frac{3 + i}{i} - \frac{1}{i}.$$

1. Trovare le radici quadrate dei seguenti numeri complessi: $1, i, -i, -3$.
2. Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso:

$$z^2 + 2z - 1 = 0$$

$$z^2 + z + 1 = 0$$

3. Trovare le radici quinte dell'unità.

4. Dalla formula

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) \right), \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (1)$$

(dimostrata a lezione) si deduce che *le radici di un numero complesso z si dispongono nel piano complesso come i vertici di un poligono regolare di n lati inscritto in una circonferenza di raggio $\sqrt[n]{r}$, dove uno di tali vertici rappresenta il numero complesso di argomento $\frac{1}{n} \text{Arg}(z)$.*

Trovare le radici terze, quarte quinte dei seguenti numeri complessi

$$-1, 1 + i, 1 - i$$

e verificare questo risultato.

5. Trovare le radici complesse dei seguenti polinomi:

$$z^4 + i = 0$$

$$z^5 + z^3 - iz^2 - i = 0.$$